

Master de Physique et d'Astrophysique
Ecole Normale Supérieure de Lyon et Université Claude Bernard
Module d'astrophysique des particules
Durée 2 heures
Cours manuscrit, documents et calculatrice alphanumérique sont autorisés

Enoncé de l'examen du vendredi 4 mars 2005

Mini-amas de neutralinos et rayonnement gamma

Les observations astronomiques indiquent la présence de matière noire au sein des galaxies ainsi qu'à l'intérieur de leurs amas. Aux échelles cosmologiques, l'existence de cette composante est confirmée avec de plus l'indication qu'elle ne peut être constituée d'atomes ordinaires. Une explication possible de cette masse cachée astronomique réside dans l'existence de particules massives et neutres aux faibles interactions dénommées de manière générique **neutralinos**. Si cette hypothèse s'avérait exacte, nous serions alors plongés dans un nuage formé de ces particules et constituant le halo de la Voie Lactée.

De récentes simulations numériques réalisées sur le super-ordinateur de Zurich indiquent que les neutralinos se condensent en nuages ou amas – clumps en anglais – dont la masse minimale est pratiquement égale à celle de la Terre $M_{\oplus} \sim 10^{-6} M_{\odot}$. Dans un article publié en janvier 2005 dans la revue *Nature*, Ben Moore et son équipe concluent que la moitié du halo de la Voie Lactée serait ainsi constituée de tels mini-amas et que les plus proches seraient à une distance de 0.1 pc seulement. Dans la première partie de ce problème, vous aborderez la structure de ces nuages très denses et déterminerez leur taille ainsi que la probabilité de rencontre avec le système solaire. Vous calculerez également le facteur \mathcal{C} par lequel l'annihilation mutuelle des neutralinos est amplifiée au sein de ces condensations. La seconde partie est consacrée à la détection des mini-amas via leur rayonnement d'annihilation en photons de haute énergie. Il s'agit de déterminer si nos télescopes à effet Cerenkov atmosphérique sont sensibles à l'émission gamma de tels objets – surtout s'ils sont proches de la Terre.

1 Structure des mini–amas de neutralinos.

Cette partie est notée sur 12 points.

Nous supposons que les mini–amas sont sphériques et qu’ils dérivent au sein d’une distribution homogène de neutralinos dont la densité sera prise égale à la valeur canonique du voisinage solaire

$$\rho_{\odot} = 0.4 \text{ GeV cm}^{-3} = 0.01 M_{\odot} \text{ pc}^{-3} . \quad (1)$$

A l’intérieur du mini–amas – pour un rayon $r \leq r_c$ – la densité des neutralinos suit la relation

$$\rho(r) = \rho_{\odot} \left\{ \frac{r_c}{r} \right\}^{\gamma} , \quad (2)$$

où l’indice γ est à priori compris entre 1 et 2.

1.1) (1 point) Montrer que la masse d’un mini–amas de rayon r_c est donnée par

$$M_c = \left\{ \frac{4\pi}{3 - \gamma} \right\} \rho_{\odot} r_c^3 . \quad (3)$$

1.2) (1 point) Calculer numériquement r_c pour une masse égale à la valeur minimale de $10^{-6} M_{\odot}$ lorsque γ vaut 1 puis 2.

1.3) (1 point) Dans le dernier cas – l’indice $\gamma = 2$ – montrer que le rayon qui enferme la moitié de la masse vaut 0.01 pc.

1.4) (2 points) Les simulations de Ben Moore indiquent la présence d’environ 500 mini–amas précédents par parsec cube dans le voisinage du système solaire. Nous supposons pour simplifier que ces nuages sont au repos par rapport à la galaxie et que nous dérivons par rapport à ceux–ci avec une vitesse d’environ 220 km s^{-1} – soit la vitesse de rotation de notre système solaire au sein de la Voie Lactée. Estimer alors la périodicité moyenne T de rencontre avec un mini–amas et la durée de traversée τ si nous passons par son centre. On prendra un indice γ égal à 2 et les résultats seront exprimés en années.

1.5) (4 points) Les neutralinos s’annihilent davantage au sein des mini–amas où ils sont condensés par rapport à la distribution galactique moyenne de densité ρ_{\odot} . Nous supposons à partir de maintenant la présence à l’intérieur de chaque mini–amas d’un coeur de rayon $a \ll r_c$ au sein duquel la densité est constante et vaut

$$\rho \{ r \leq a \} = \rho(a) \equiv \rho_{\odot} \left\{ \frac{r_c}{a} \right\}^{\gamma} . \quad (4)$$

Dans l’enveloppe du mini–amas – pour $a \leq r \leq r_c$ – la densité suit toujours la relation (2) et décroît jusqu’à la valeur ρ_{\odot} du fond. Montrer que le nombre d’annihilations prenant

place chaque seconde dans un tel mini-amas est donné par

$$\Gamma_{\text{ann}} = \frac{\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle}{m_\chi^2} M_c \rho_\odot \mathcal{C} , \quad (5)$$

où m_χ désigne la masse du neutralino et où $\langle \sigma_{\text{ann}} v \rangle$ est la section efficace moyenne d'annihilation. Etablir que le facteur d'amplification vaut

$$\mathcal{C} = \left\{ \frac{3 - \gamma}{2\gamma - 3} \right\} \left\{ \left(\frac{2\gamma}{3} \right) \left(\frac{r_c}{a} \right)^{2\gamma - 3} - 1 \right\} , \quad (6)$$

lorsque l'indice γ est différent de $3/2$.

1.6) (1 point) Calculer \mathcal{C} dans le cas d'un profil NFW – γ vaut 1 – et en l'absence de coeur. Considérer ensuite le cas $\gamma = 2$ et $a = 10^{-4}$ pc. La masse M_c vaut $10^{-6} M_\odot$.

1.7) (2 points) Les simulations numériques permettent d'établir que le nombre moyen dn de mini-amas de masse comprise entre M et $M + dM$ suit la distribution

$$\frac{dn}{d \ln M} = \left\{ A = 1.4 \times 10^9 \text{ Mpc}^{-3} \right\} \left\{ \frac{M_\odot}{M} \right\} \theta(M - M_0) , \quad (7)$$

où la masse minimale des nuages de neutralinos vaut $M_0 = 10^{-6} M_\odot$. Il n'y a pas de sous-structures au-delà d'une masse d'environ $10^{10} M_\odot$ et les neutralinos s'étant condensés en objets de masse supérieure à $10^7 M_\odot$ représentent 10% de la masse totale. Quelle fraction de celle-ci est-elle globalement sous forme de mini-amas ?

2 Rayonnement gamma des mini-amas.

Un signal particulièrement clair de la présence des neutralinos au sein de la Voie Lactée est leur annihilation en photons de haute énergie produits de manière monochromatique en raie gamma fine via la réaction

$$\chi + \chi \rightarrow \gamma + \gamma . \quad (8)$$

Dans cette partie – **notée sur 10 points** – nous nous intéresserons à l'émission gamma d'un mini-amas de masse $M_c = 10^{-6} M_\odot$ dont l'indice spectral γ vaut 2 et dont le rayon de coeur est $a = 10^{-4}$ pc.

2.1) (1 point) Montrer que le flux gamma – correspondant à la réaction d'annihilation (8) – engendré sur Terre est donné par l'intégrale le long de la ligne de visée traversant la distribution ρ_χ de neutralinos

$$\Phi_\gamma^{\text{CDM}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\langle \sigma_{\gamma\gamma} v \rangle}{m_\chi^2} \int_{\text{los}} \rho_\chi^2 ds . \quad (9)$$

La raie offre une signature sans équivoque de la présence de particules massives car aucun processus connu ne peut engendrer des photons monochromatiques dont l'énergie est de l'ordre de la masse m_χ des neutralinos, soit ~ 100 GeV à quelques TeV.

2.2) (1 point) En déduire que le flux gamma correspondant à la raie à deux photons est donné par

$$\Phi_\gamma^{\text{CDM}} = 6.3 \times 10^{-13} \text{ photons cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \frac{\langle \sigma_{\gamma\gamma} v \rangle_{29}}{m_{100}^2} \mathcal{I}(\vec{u}) , \quad (10)$$

où la section efficace d'annihilation et la masse du neutralino sont respectivement exprimées en unités de $10^{-29} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ et 100 GeV. L'intégrale $\mathcal{I}(\vec{u})$ le long de la ligne de visée pointant dans la direction du vecteur unitaire \vec{u} est alors définie par

$$\mathcal{I}(\vec{u}) = \{ \rho_\odot^2 r_\odot \}^{-1} \int_{\text{los}} \rho_\chi^2 ds . \quad (11)$$

On prendra $r_\odot = 8$ kpc.

2.3) (3 points) Le vecteur unitaire \vec{u} pointe vers le centre du mini-amas étudié dans cette partie. Etablir alors que

$$\mathcal{I}(\text{mini-amas}) = \frac{2}{3} \left(\frac{r_c}{r_\odot} \right) \left\{ 4 \left(\frac{r_c}{a} \right)^3 - 1 \right\} . \quad (12)$$

2.4) (1 point) Près du centre de la Voie Lactée, la densité des neutralinos se met sous la forme

$$\rho(r) = \eta \rho_\odot \left\{ \frac{r_\odot}{r} \right\} . \quad (13)$$

où $\eta = 1.742$ est une constante. On considère une ligne de visée faisant un angle α – supposé petit – avec la direction du centre galactique. Exprimer $\mathcal{I}(\alpha)$ en fonction de η et de α .

2.5) (1 point) On considère maintenant une région circulaire de rayon angulaire θ dont le centre correspond à celui de la Voie Lactée. Exprimer la moyenne $\langle \mathcal{I} \rangle_{NFW}(\theta)$ de l'expression précédente sur ce disque en fonction de η et de θ . Calculer la numériquement pour un rayon angulaire de 30 minutes d'arc et comparer avec $\mathcal{I}(\text{mini-amas})$. Commentaires ?

2.6) (2 points) Le mini-amas est à une distance de 0.1 pc de la Terre et émet des photons monochromatiques provenant de la réaction d'annihilation (8). Un télescope à effet Cerenkov atmosphérique est pointé en direction de ce nuage de neutralinos. La surface collectrice de l'instrument est de 0.01 km^2 . Calculer le nombre de photons gamma provenant de la raie d'annihilation que le télescope détecte au bout d'une année. On exprimera le résultat en fonction de $\langle \sigma_{\gamma\gamma} v \rangle_{29}$ et de m_{100} .

2.7) (1 point) Même question si le télescope observe maintenant la région circulaire de la question **2.5**. Conclure.

Bon courage !

Glossaire

Conversion du parsec en centimètre

$$1 \text{ parsec} = 3.086 \times 10^{18} \text{ cm} . \quad (14)$$

Une masse solaire vaut

$$1 M_{\odot} = 2 \times 10^{33} \text{ g} . \quad (15)$$

Vitesse de la lumière

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} . \quad (16)$$

Unité d'énergie de physique des particules

$$1 \text{ GeV} = 1.6 \times 10^{-10} \text{ J} . \quad (17)$$