

## Enoncé de l'examen du vendredi 2 septembre 2005

### Matière noire au sein des amas galactiques

Les observations astronomiques indiquent la présence de matière noire autour des galaxies ainsi qu'au sein de leurs amas. Dans ce problème, vous étudierez deux méthodes permettant de déterminer la masse contenue à l'intérieur du système galactique de la Vierge, en particulier dans la région centrale occupée par la galaxie elliptique géante M87.

#### 1 Méthode dynamique.

**Cette partie est notée sur 10 points.**

La masse totale constituant l'amas de la Vierge est essentiellement invisible. Cette matière noire est composée d'objets – particules élémentaires ou étoiles éteintes – se comportant comme un gaz au sein duquel nous supposons que l'équipartition des vitesses – et non des énergies – est réalisée. Nous adopterons à partir de maintenant le modèle de **la sphère isotherme**. La distribution des particules de matière noire dans l'espace des phases suit la loi maxwellienne

$$f(\vec{r}, \vec{v}) = C \exp\left\{-\frac{E}{\nu^2}\right\}, \quad (1)$$

où  $E = v^2/2 + \Phi(\vec{r})$  désigne l'énergie mécanique totale par unité de masse. Les vitesses sont distribuées de manière isotrope et la dispersion de vitesse unidimensionnelle est dénotée  $\nu$ .

**1.1) (2 points)** Montrer qu'en tout point  $\vec{r}$ , la distribution en vitesse de la matière noire est donnée par

$$d^3n(\vec{r}, \vec{v}) = n(\vec{r}) \{2\pi\nu^2\}^{-3/2} \exp\left\{-\frac{v^2}{2\nu^2}\right\} d^3\vec{v}. \quad (2)$$

**1.2) (1 point)** Calculer la densité  $n(\vec{r})$  en fonction de la constante  $C$ , de la dispersion de vitesse  $\nu$  et du potentiel de gravitation  $\Phi(\vec{r})$ .

**1.3) (5 points)** En supposant que ce halo isotherme est autogravitant – il détermine donc seul sa propre gravité sans composante supplémentaire – et sphérique, montrer que la solution invariante d'échelle à l'équation de Poisson est de la forme

$$\rho(r) = \frac{A}{r^2} . \quad (3)$$

Exprimer la constante  $A$  en fonction de la dispersion de vitesse  $\nu$  et de la constante de gravitation  $G$ .

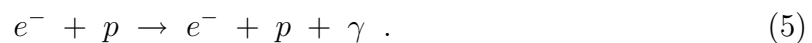
**1.4) (2 points)** Les mesures indiquent une dispersion de vitesse le long de la ligne de visée de 500 km/s. Montrer que la masse contenue dans une sphère de rayon  $r$  est donnée par

$$M(r) \simeq 1.163 \times 10^{12} M_{\odot} \left\{ \frac{r}{10 \text{ kpc}} \right\} . \quad (4)$$

## 2 Emission de rayonnement X.

**Cette partie est notée sur 10 points.**

Si nous supposons que le gaz contenu à l'intérieur de l'amas de la Vierge est également virialisé, la dispersion de vitesse unidimensionnelle des protons le constituant est également donnée par  $\nu$ . Les protons et électrons du gaz interagissent entre eux et l'agitation thermique qui en résulte est alors associée à une température thermodynamique de l'ordre de  $3 \times 10^7$  K, d'où une émission d'un rayonnement X provenant du processus de bremsstrahlung



L'émission X en provenance de M87 a bien été observée et étudiée par les observatoires X récemment embarqués sur des satellites comme Einstein, Exosat ou Ginga. Le gaz tombe dans la cuvette de potentiel creusée au centre de l'amas de la Vierge par **la masse totale** présente et s'y réchauffe jusqu'à virialisation. En mesurant la distribution du gaz au centre des amas, nous pouvons déterminer le potentiel gravitationnel global qui y règne et remonter ainsi à la masse totale de ces systèmes.

Le bremsstrahlung étant un processus à deux corps, l'intensité du rayonnement X dépend du carré de la densité électronique  $n_e^2$  ainsi que de la température  $T$  du plasma. L'analyse du spectre X émis permet de déterminer à la fois ces deux paramètres. On ne mesure que la brillance X de surface en projection sur le fond du ciel. Afin de la convertir en profil radial de densité  $n_e(r)$  et de température  $T(r)$ , on peut par exemple supposer que

la distribution du gaz est sphérique. L'étape suivante consiste à postuler que le gaz de l'amas a atteint l'équilibre hydrostatique et donc la virialisation. Si le gaz est en équilibre hydrostatique, sa pression  $P$  et sa masse volumique  $\rho$  sont liées par

$$\frac{dP}{dr} = -\rho g(r) , \quad (6)$$

où  $g$  dénote le champ gravitationnel du système entier – engendré par toutes ses composantes, soit essentiellement par sa matière noire.

**2.1) (3 points)** La densité du gaz intra-amas est  $n = n_e + n_{ion}$  alors que sa pression est donnée par  $P = nkT$ . Traduire la condition d'équilibre hydrostatique (6) en

$$\frac{d \ln n}{d \ln r} + \frac{d \ln T}{d \ln r} = -\frac{1}{kT} \frac{G \bar{\mu} M(r)}{r} , \quad (7)$$

où  $\bar{\mu}$  est le poids moléculaire moyen.

**2.2) (1 point)** En supposant une composition chimique homogène, dériver le profil de la masse totale  $M(r)$

$$M(r) = -\frac{kT}{G\bar{\mu}} r \left\{ \frac{d \ln n_e}{d \ln r} + \frac{d \ln T}{d \ln r} \right\} . \quad (8)$$

**2.3) (2 points)** Le gaz des amas a typiquement une composition primordiale avec une fraction massique de 75% d'hydrogène et de 25% d'hélium. Montrer que son poids moléculaire moyen vaut  $\bar{\mu} = (16/27)m_B \simeq 0.6m_B$  et que la masse moyenne par électron est de  $\bar{\mu}_e = (8/7)m_B$  où  $m_B$  désigne la masse d'un nucléon – voir le glossaire.

**2.4) (2 points)** Il est donc possible de déterminer la masse totale des amas à partir de la distribution radiale en densité et en température de leur gaz chaud. Dans le cas de M87, les observations de la brillance X de surface se traduisent par les profils

$$n_e(r) = n_0 \frac{(r/a_1)^{-\alpha_1}}{1 + (r/a_1)^{\alpha_3}} , \quad (9)$$

et

$$T(r) = T_\infty \left\{ \frac{r}{r + a_2} \right\}^{\alpha_2} , \quad (10)$$

avec  $n_0 = 4.31 \times 10^{-2} \text{ cm}^{-3}$ ,  $a_1 = 6.63 \text{ kpc}$ ,  $\alpha_1 = 0.49$ ,  $\alpha_3 = 0.869$ ,  $T_\infty = 8.35 \times 10^7 \text{ K}$ ,  $a_2 = 4.58 \times 10^5 \text{ kpc}$  et  $\alpha_2 = 0.114$ .

A partir de la relation (8) ainsi que des profils de densité et de température précédents, montrer que la masse totale contenue dans une sphère de rayon  $r$  au sein de M87 est donnée par

$$M(r) \simeq (\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3) \frac{kT}{G\bar{\mu}} r . \quad (11)$$

**2.5) (2 points)** En déduire la masse totale contenue dans une sphère de rayon  $r$  en fonction de  $r$ . Commentaires ?

Bon courage !

## Glossaire

Constante de gravitation de Newton

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} . \quad (12)$$

Conversion du kiloparsec en mètre

$$1 \text{ kiloparsec} = 3.086 \times 10^{19} \text{ m} . \quad (13)$$

Nombre d'Avogadro

$$\mathcal{N}_a = 6.023 \times 10^{23} . \quad (14)$$

Nous supposons ici que protons et neutrons ont la même masse  $m_B$ . Une mole de ces particules a une masse de 1 gramme.

La constante des gaz parfaits vaut

$$\mathcal{R} = \mathcal{N}_a \times k = 8.32 \text{ J K}^{-1} . \quad (15)$$